Talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع

التمرين 1:

نعتبر التطبيق $f:R\to R$ حيث $x\mapsto x^2+6x+8$

1. بين أن $(\forall x\in R): f(x)\geq -1$.
2. استنتج أن $f(R)=[-1;+\infty[$.
3. هل التطبيق f تباييني؟ شمولي؟
4. حدد الصور التالية:
   - $f^{-1}([-8;-2[)$
   - $f^{-1}(]-\infty;0[)$
   - $f^{-1}([-10,1[)$
   - $f(]0;5])$
   - $f([-7;-3])$
   - $f(]-5;5[)$
5. نعتبر g قصور f على المجال $[-3;+\infty[$. تحقق من أن g تطبيق تباييني.
6. لبكن التطبيق $h:[-3;+\infty[\to[-1;+\infty[$ حيث $x\mapsto x^2+6x+8$
   - بين أن h تقابل و حدد تطبيقه العكسي h^{-1}.
   - حدد التطبيق $h^{-1}of$.

التمرين 2:

نعتبر التطبيق $f:R\setminus\{5\}\to R$ حيث $x\mapsto \dfrac{2x-1}{x-5}$

1. بين أن $(\forall x\in R\setminus\{5\}): f(x)\neq 2$.
2. حدد $f(R\setminus\{5\})$.
3. تحقق من أن f تباييني.
4. هل التطبيق f شمولي؟
5. حدد الصور التالية:
   - $f^{-1}([-8;2[)$
   - $f^{-1}(]-\infty;9[)$
   - $f(]0;4])$
   - $f\left(\left[\dfrac{21}{4};+\infty\right[\right)$
   - $f([-5;5[)$
6. لبكن التطبيق $g:]5;+\infty[\to]2;+\infty[$ حيث $x\mapsto \dfrac{2x-1}{x-5}$

بين أن g تقابل و حدد تطبيقه العكسي g^{-1}.

التمرين 3:

ليكن f تطبيقا من E نحو F ، $A\subset E$ ، $B\subset E$ ، $C\subset F$ و $D\subset F$.

1. بين ما يلي:
   - $A\subset f^{-1}(f(A))$
   - $f(f^{-1}(C))\subset C$
   - $f(A)\cup f(B)=f(A\cup B)$
   - $f(A\cap B)\subset f(A)\cap f(B)$
   - $f^{-1}(C)\cup f^{-1}(D)=f^{-1}(C\cup D)$
   - $f^{-1}(C)\cap f^{-1}(D)=f^{-1}(C\cap D)$
2. اقترح مثالا مضادا في كل حالة، يبين أن:
   - $f^{-1}(f(A))\not\subset A$
   - $C\not\subset f(f^{-1}(C))$
   - $f(A)\cap f(B)\not\subset f(A\cap B)$
3. بين أن:
   - f تباييني $\Leftrightarrow f^{-1}(f(A))=A$
   - f شمولي $\Leftrightarrow C=f(f^{-1}(C))$
   - f تباييني $\Leftrightarrow f(A)\cap f(B)=f(A\cap B)$

التمرين 4:

ليكن f تطبيقا من E نحو F و g تطبيقا من F نحو G.

1. بين أنه:
   - (f و g تباينيان) $\Rightarrow$ (gof تباييني)
   - (f و g شموليان) $\Rightarrow$ (gof شمولي)
   - (f و g تقابليان) $\Rightarrow$ (gof تقابلي)
2. بين أنه:
   - (gof تباييني) $\Rightarrow$ (f تباييني)
   - (gof شمولي) $\Rightarrow$ (g شمولي)
   - (gof تقابلي) $\Rightarrow$ (g شمولي و f تباييني)

التمرين 5:

لتكن E مجموعة و $A\subset E$ و $B\subset E$.

نعتبر التطبيق:

$$\begin{array}{ccc}\mathcal{P}(E) & \xrightarrow{\ f\ } & \mathcal{P}(A)\times\mathcal{P}(B)\\ X & \longmapsto & f(X)=(A\cap X,\ B\cap X)\end{array}$$

1. بين أن (f تباييني) $\Leftrightarrow A\cup B=E$
2. بين أن (f شمولي) $\Leftrightarrow A\cap B=\phi$
3. حدد الشرط اللازم و الكافي لكي يكون f تقابلا. ما هو تقابله العكسي f^{-1} ؟